

Durée : 2 heures

## ∞ DNB Blanc Mathématiques - 22 janvier 2018 ∞

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.  
5 points seront attribués à la présentation et à la rédaction.

### Exercice 1 :

5 points

Un sac opaque contient 120 boules toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

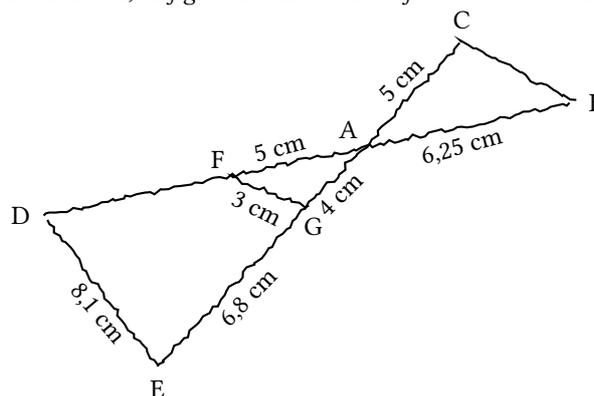
On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? Écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisir, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée) :  
a. 48                      b. 70                      c. On ne peut pas savoir                      d. 25
3. La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0,4.  
a. Quel est le nombre de boules rouges dans le sac ?  
b. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

### Exercice 2

6,5 points

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.  
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].
3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

**EXERCICE 3****7 points**

1. Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 secondes.

A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ? Justifier.

2. On donne l'expression  $E = (3x - 8)^2 + 4(3x - 8)$ .

a. Développer et réduire  $E$ .

b. Montrer que  $E$  peut s'écrire sous forme factorisée :  $(3x - 8)(3x - 4)$ .

3. La distance  $d$  de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.

On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :

$$d = k \times V^2 \text{ avec } \begin{cases} d : \text{distance de freinage en m} \\ V : \text{vitesse du véhicule en m/s} \end{cases}$$

$k$  : coefficient dépendant de l'état de la route

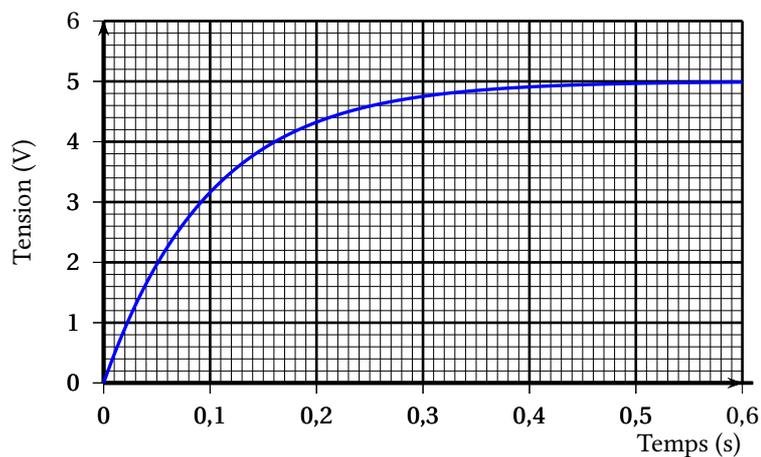
$$\begin{cases} k = 0,14 \text{ sur route mouillée} \\ k = 0,08 \text{ sur route sèche.} \end{cases}$$

Calculer la vitesse en m/s d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m. Arrondir à l'unité.

**EXERCICE 4****4,5 points**

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.
2. Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?
3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

**EXERCICE 5**

**9 points**

Les panneaux photovoltaïques permettent de produire de l'électricité à partir du rayonnement solaire.

Une unité courante pour mesurer l'énergie électrique est le kilowatt-heure, abrégé en kWh.

- Le plus souvent, l'électricité produite n'est pas utilisée directement, mais vendue pour être distribuée dans le réseau électrique collectif. Le prix d'achat du kWh, donné en **centimes d'euro**, dépend du type d'installation et de sa puissance totale, ainsi que de la date d'installation des panneaux photovoltaïques. Ce prix d'achat du kWh est donné dans le tableau ci-dessous.

Tarifs d'un kWh en **centimes d'euros**

Type d'installation	Puissance totale	Date d'installation			
		Du 01/01/15 au 31/03/15	du 01/04/15 au 30/06/15	du 01/07/15 au 30/09/15	du 01/10/15 au 31/12/15
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

Source : <http://www.developpement-durable.gouv.fr>

En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW.

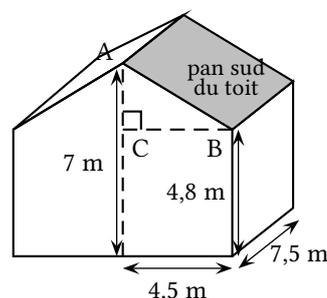
Vérifier que le prix d'achat de 31 420 kWh est d'environ 4 383 €.

- 
- 
- 

Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud. Cette partie est grisée sur la figure ci-contre. Elle est appelée pan sud du toit.

La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit.

Déterminer, au degré près, l'angle  $\widehat{ABC}$  que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



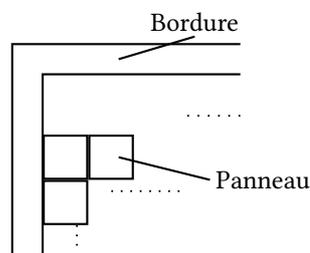
- 
- 
- 

a. Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.

b. Les panneaux photovoltaïques ont la forme d'un carré de 1 m de côté.

Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux. Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ? On donnera une valeur approchée du résultat à 1 % près.

c. La notice d'installation indique que les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et qu'une bordure d'au moins 30 cm de large doit être laissée libre pour le système de fixation tout autour de l'ensemble des panneaux. Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ? Justifier.



**Exercice 6****4 points**

Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

**Affirmation 1 :**

**Programme de calcul A**  
 Choisir un nombre  
 Ajouter 3  
 Multiplier le résultat par 2  
 Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

**Affirmation 2 :** Le résultat du calcul  $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$  est égal à  $\frac{1}{5}$ .

**Affirmation 3 :** La solution de l'équation  $4x - 5 = x + 1$  est une solution de l'équation  $x^2 - 2x = 0$ .

**Exercice 7****4,5 points**

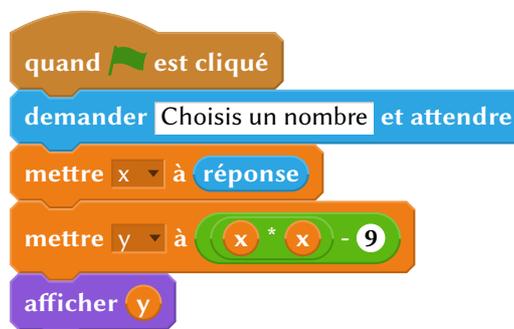
Dans une station de ski, les responsables doivent enneiger la piste de slalom avec de la neige artificielle. La neige artificielle est produite à l'aide de canons à neige. La piste est modélisée par un rectangle dont la largeur est 25 m et la longueur est 480 m. Chaque canon à neige utilise  $1 \text{ m}^3$  d'eau pour produire  $2 \text{ m}^3$  de neige. Débit de production de neige :  $30 \text{ m}^3$  par heure et par canon.

- Pour préparer correctement la piste de slalom, on souhaite produire une couche de neige artificielle de 40 cm d'épaisseur.  
 Quel volume de neige doit-on produire ? Quel sera le volume d'eau utilisé ?
- Sur cette piste de ski, il y a 7 canons à neige qui produisent tous le même volume de neige.  
 Déterminer la durée nécessaire de fonctionnement des canons à neige pour produire les  $4\,800 \text{ m}^3$  de neige souhaités. Donner le résultat à l'heure près.

**Exercice 8****4,5 points**

La figure ci-après est la copie d'écran d'un programme réalisé avec le logiciel « Scratch ».

- Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie -5.
- Que renvoie le programme si on choisit au départ :
  - le nombre 5 ?
  - le nombre -4 ?
- Déterminer les deux nombres qu'on peut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.



Remarque : le symbole \* correspond au signe de la multiplication.