

∞ DNB Blanc Mathématiques - 3 mai 2016 ∞

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
4 points seront attribués à la présentation et à la rédaction.

Exercice 1**4,5 points**

Un jeu est constitué des dix étiquettes suivantes toutes identiques au toucher qui sont mélangées dans un sac totalement opaque.

Deux angles droits seulement	Quatre angles droits
Côtés égaux deux à deux	Deux côtés égaux seulement
Quatre côtés égaux	Côtés opposés parallèles
Deux côtés parallèles seulement	Diagonales égales
Diagonales qui se coupent en leur milieu	Diagonales perpendiculaires

1. On choisit au hasard une étiquette parmi les dix.
 - a. Quelle est la probabilité de tirer l'étiquette « Diagonales égales » ?
 - b. Quelle est la probabilité de tirer une étiquette sur laquelle est inscrit le mot « diagonales » ?
 - c. Quelle est la probabilité de tirer une étiquette qui porte à la fois le mot « côtés » et le mot « diagonales » ?
2. On choisit cette fois au hasard deux étiquettes parmi les dix et on doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.
 - a. Madjid tire les deux étiquettes suivantes :

Diagonales perpendiculaires

Diagonales égales

Julie affirme que la figure obtenue est toujours un carré. Madjid a des doutes. Qui a raison ? Justifier la réponse.

- b. Julie tire les deux étiquettes suivantes :

Côtés opposés parallèles

Quatre côtés égaux

Quel type de figure Julie est-elle sûre d'obtenir ?

3. Lionel tire les deux étiquettes suivantes :

Deux côtés égaux seulement

Quatre angles droits

Lionel est déçu. Expliquer pourquoi.

Exercice 2**2 points**

Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir.

De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux.

Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 3**4 points**

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète rouge.

Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de kilomètres en 255 jours.

1. Montrer que la durée du vol a été de 6120 heures.
2. Calculer la vitesse moyenne du Rover en km/h. Arrondir à la centaine près.
3. *Pour cette question toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation*
Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le Rover ont été retransmises au centre de la NASA.

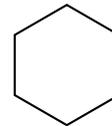
Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012.

La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).

À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA? (On donnera l'arrondi à la minute près).

Exercice 4**2 points**

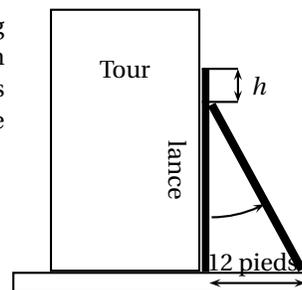
Les alvéoles des nids d'abeilles présentent une ouverture ayant la forme d'un hexagone régulier de côté 3 mm environ. Construire un agrandissement de cet hexagone de rapport 10 sur l'annexe 1. (aucune justification de la construction n'est attendue)

**Exercice 5****2,5 points**

À Pise vers 1200 après J. C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur?

* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne.

**Exercice 6****4 points**

Quatre affirmations sont données ci-dessous.

Affirmation 1 : $\frac{1}{8}$ est un nombre décimal.

Affirmation 2 : 72 a exactement cinq diviseurs.

Affirmation 3 : Si n est un entier, $(n-1)(n+1)+1$ est toujours égal au carré d'un entier.

Affirmation 4 : Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

Pour chacune, indiquer si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse.

Exercice 7**3,5 points**

Soit l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

1. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ? et le nombre 0 ?
2. Prouver que, pour tout nombre x , $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.
3. En déduire les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

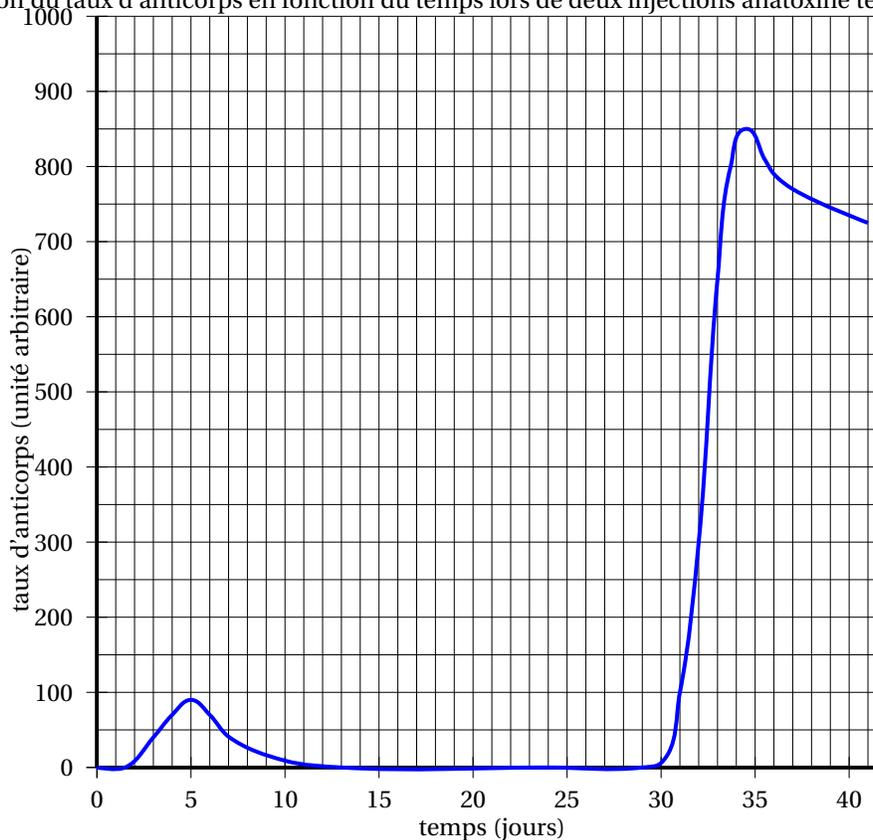
Exercice 8**2,5 points**

Le principe d'un vaccin est d'inoculer (introduire dans l'organisme) à une personne saine, en très faible quantité, une bactérie, ce qui permet à l'organisme de fabriquer des anticorps. Ces anticorps permettront de combattre la maladie par la suite si la personne est contaminée par cette maladie.

Lors de la visite médicale de Pablo le jeudi 16 octobre, le médecin s'aperçoit qu'il n'est pas à jour de ses vaccinations contre le tétanos. Il réalise alors une première injection d'anatoxine tétanique et lui indique qu'un rappel sera effectué 30 jours plus tard.

On réalise des prises de sang quotidiennes pour suivre la réaction de l'organisme aux injections.

Évolution du taux d'anticorps en fonction du temps lors de deux injections anatoxine tétanique*



*anatoxine tétanique (AT) : substance inactivée provenant de la bactérie responsable du tétanos et servant à la fabrication du vaccin.

1. Combien de jours faut-il attendre, après la première injection, pour constater une présence d'anticorps ?
2. Quelle est la valeur maximale du taux d'anticorps atteinte après la première injection ?
À quel jour de la semaine correspond cette valeur ?
3. Au bout de combien de jours approximativement, après la première injection, Pablo n'a-t-il plus d'anticorps dans son organisme ?
4. Durant combien de jours environ le taux d'anticorps est supérieur à 800 ?

Exercice 9**3,5 points**

Un stage de voile pour enfant est proposé pendant les vacances. Le prix affiché d'un stage pour un enfant est de 115 €. Lorsqu'une famille inscrit deux enfants ou plus, elle bénéficie d'une réduction qui dépend du nombre d'enfants inscrits.

1. Une famille qui inscrit trois enfants paie 310,50 €. Pour cette famille, quel est, par enfant, le prix de revient d'un stage ?
2. Compléter les deux factures données sur la feuille annexe 2. Aucune justification n'est attendue dans cette question.

Exercice 10**4,5 points**

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante :

« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
 - a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ? Justifier.
 - b. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ? Justifier.

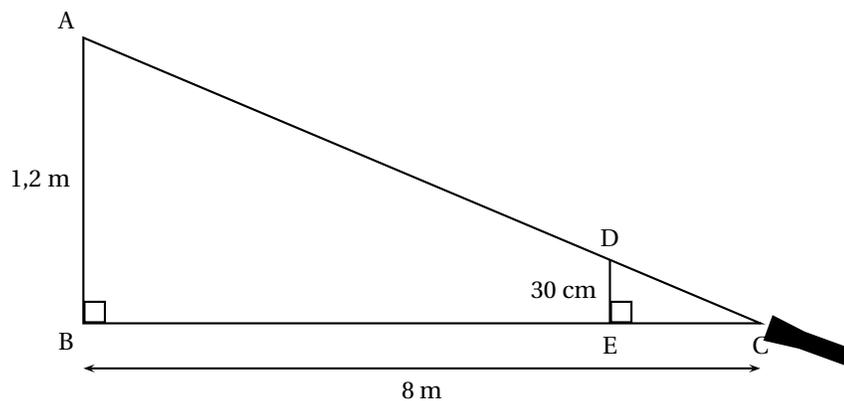
Exercice 11**3 points**

Un marionnettiste doit faire un spectacle sur le thème de l'ombre. Pour cela il a besoin que sa marionnette de 30 cm ait une ombre de 1,2 m.

La source de lumière C est située à 8 m de la toile (AB).

La marionnette est représentée par le segment [DE].

1. Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
2. Calculer EC pour savoir où il doit placer sa marionnette.



Cette figure n'est pas à l'échelle.

Numéro de candidat :

ANNEXE 1 - Exercice 4

ANNEXE 2 - Exercice 9

Facture 1

Facture 2

Prix d'un stage	115 €
Nombre d'enfants inscrits	2
Prix total avant réduction
Montant de la réduction (5 % du prix total avant réduction)
Prix à payer

Prix d'un stage	115 €
Nombre d'enfants inscrits	3
Prix total avant réduction
Montant de la réduction (... % du prix total avant réduction)
Prix à payer	310,50 €