Développements et racines

1) Calculer : B = $\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)$.

2) Ecrire sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers les expressions :

C = $\left(4-2\sqrt{3}\right)^2$ et D = $\frac{1}{4}\times\left(28-16\sqrt{3}\right)$.

Correction :

1)

$$\begin{aligned} B &= \left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right) \\ &= 4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2 \\ &= 16-2^2\sqrt{3}^2 \\ &= 16-4\times 3 \\ &= 16-12 \\ &= 4 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} C &= \left(4-2\sqrt{3}\right)^2 \\ &= 4^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\times 4\times 2\sqrt{3} \\ &= 16+12-16\sqrt{3} \\ &= 28-16\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{4}\times\left(28-16\sqrt{3}\right) \\ &= \frac{1}{4}\times 28-\frac{1}{4}\times 16\sqrt{3} \\ &= \frac{28}{4}-\frac{16}{4}\sqrt{3} \\ &= 7-4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Développements et racines avec expressions algébriques

En indiquant le détail des calculs, écrire chacun des nombres C et D sous forme d'un entier ou d'une fraction la plus simple possible.

C = $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$; D = $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2$.

Correction :

$$C = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{\sqrt{9}\times\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} D &= \left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2 \\ &= \sqrt{2}^2+\sqrt{8}^2+2\sqrt{2}\times\sqrt{8} \\ &= 2+8+2\sqrt{16} \\ &= 10+2\times 4 \\ &= 18 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} D &= \left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)^2 \\ &= \left(3\sqrt{2}\right)^2 \\ &= 3^2\sqrt{2}^2 \\ &= 9\times 2 = 18 \end{aligned}$$