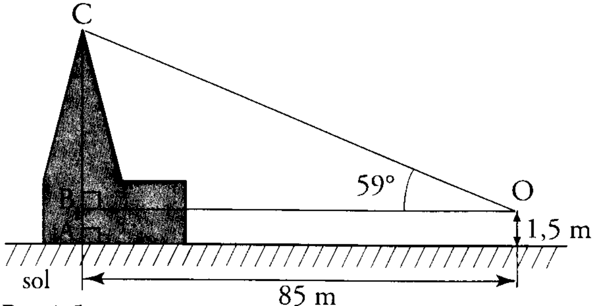
Exercice : (Besançon 96)

On veut mesurer la hauteur d'une cathédrale. Grâce à un instrument de mesure placé en O, à 1,5 m du sol et à 85 m de la cathédrale, on mesure l'angle $C\hat{O}B$ et on trouve 59°.



1) Déterminer la longueur CB au dixième de mètre le plus proche.
2) En déduire la hauteur de la cathédrale que l'on arrondira au mètre le plus proche.

Correction

1) Dans le triangle COB rectangle en B

$$\tan C\hat{O}B = \frac{\textit{côté opposé à } C\hat{O}B}{\textit{côté adjacent à } C\hat{O}B}$$

$$\tan C\hat{O}B = \frac{CB}{BO}$$

$$\tan 59° = \frac{CB}{85}$$

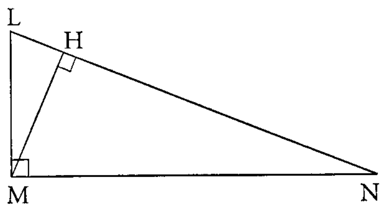
$$CB = 85 \times \tan 59°$$

$$CB \approx 141{,}5m$$

2) CB + 1,5 ≈ 143 m
La hauteur de la cathédrale est de 143m environ.

Exercice : (Clermont 99)

Le triangle LMN est rectangle en M et [MH] est sa hauteur issue de M.



On donne : ML = 2,4 cm LN = 6,4 cm

1. Calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $M\hat{L}N$.
On donnera le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

2. Sans calculer la valeur de l'angle $M\hat{L}N$, calculer LH.
Le résultat sera écrit sous forme d'un nombre décimal.

Correction :

1) Dans le triangle LMN rectangle en M :

$$\cos M\hat{L}N = \frac{\textit{côté adjacent à } M\hat{L}N}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{ML}{LN}$$

$$= \frac{2{,}4}{6{,}4} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$$

2) Dans le triangle HML rectangle en H :

$$\cos M\hat{L}N = \frac{\textit{côté adjacent à } M\hat{L}N}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{LH}{LM}$$

$$= \frac{LH}{2{,}4}$$

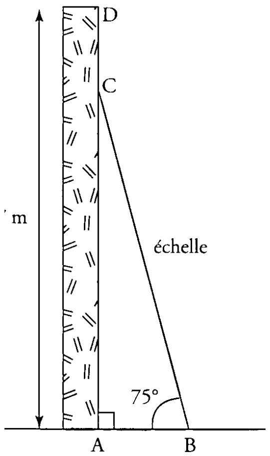
Or $\cos M\hat{L}N = \frac{3}{8}$ d'après la question 1). On a donc l'équation :

$$\frac{LH}{2{,}4} = \frac{3}{8}$$

$$LH = \frac{3}{8} \times 2{,}4 = 0{,}9$$

Exercice : (Amiens 97)

Une échelle de 6 mètres est appuyée contre un mur vertical de 7 mètres de haut. Par mesure de sécurité, on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75° (voir schéma ci-contre).



l) Calculer la distance AB entre le pied de l'échelle et le mur. (On donnera le résultat arrondi au centimètre.)

2) A quelle distance CD du sommet du mur se trouve le haut de l'échelle ? (On donnera le résultat arrondi au centimètre.)

Correction :

1) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos A\hat{B}C = \frac{\textit{côté adjacent à } A\hat{B}C}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{BC}$$

$$\cos 75° = \frac{AB}{6}$$

$$AB = 6 \times \cos 75° \approx 1{,}55m$$

2) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin A\hat{B}C = \frac{\textit{côté opposé à } A\hat{B}C}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 75° = \frac{AC}{6}$$

$$AC = 6 \times \sin 75° \approx 5{,}80m$$

$$CD = AD - AC$$

$$\approx 7 - 5{,}80 \approx 1{,}20m$$

Exercice : (Grenoble 96)

Tracer un cercle C de centre O et de rayon 4 cm. Tracer [AB], un diamètre de C.

Placer un point E sur le cercle C tel que : $B\hat{A}E = 40°$.

1) Montrer que le triangle ABE est rectangle.

Calculer la valeur exacte de BE puis son arrondi au millimètre.

2) Placer le point D symétrique de B par rapport à E.

Démontrer que les droites (AD) et (OE) sont parallèles.

3) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

1)Le triangle (ABE) est inscrit dans le demi-cercle de diamètre [AB] donc il est rectangle en E.

Dans le triangle (ABE) rectangle en E :

$$\sin B\hat{A}E = \frac{\textit{côté opposé à } B\hat{A}E}{\textit{hypoténuse}}$$

$$= \frac{BE}{BA}$$

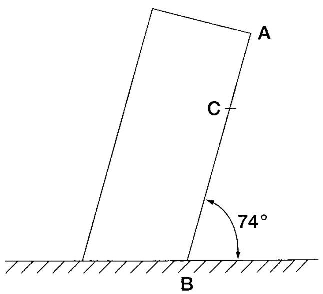
$$\sin 40° = \frac{BE}{8}$$

$$BE = 8 \times \sin 40°$$

$$\approx 5{,}1cm$$

2) D est le symétrique de B par rapport à E donc E est le milieu de [DB]. De plus le centre O du cercle C est le milieu du diamètre [AB].
Dans le triangle (ABD), la droite (EO) qui joint les milieux de 2 côtés est parallèle au 3ème côté. Donc (EO) et (AD) sont parallèles.
3) Comme E est le milieu de [BD], [AE] est la médiane de (ABD) issue de A. Comme (AE) est perpendiculaire à (BD), [AE] est également la hauteur issue de A, donc le triangle (ABD) est isocèle en A.

Exercice : (Rennes 1995) (7 points)
A - La tour de Pise fait un angle de 74° avec le sol horizontal.
Lorsque le soleil est au zénith (rayons verticaux), la longueur de son ombre sur le sol est de 15 m.
On arrondira les différents résultats au mètre près le cas échéant.
1) Calculer à quelle hauteur au-dessus du sol se trouve le point A de la tour.
2) Calculer la distance AB.



B - Un touriste (point C) a gravi les $\frac{2}{3}$ de l'escalier de la tour.
En se penchant, il laisse tomber verticalement son appareil photo.
1) Montrer que le point d'impact (point D) de l'appareil photo sur le sol se situe à 10 m du pied de la tour (point B).
2) De quelle hauteur est tombé l'appareil photo ?

Correction
A.Soit H le point où "se termine" l'ombre. Puisque les rayons du soleil sont verticaux et le sol horizontal, alors ABH est rectangle en H.
Le point A se trouve à la hauteur AH du sol.

$$\tan H\hat{B}A = \frac{côté\ opposé\ à\ H\hat{B}A}{côté\quad adjacent\ à\ H\hat{B}A}$$
$$= \frac{AH}{BH}$$
$$\tan 74° = \frac{AH}{15}$$
$$AH = 15 \times \tan 74° \approx 52m$$

2) Dans le triangle ABH rectangle en H

$$\cos H\hat{B}A = \frac{côté\ adjacent\ à\ H\hat{B}A}{hypoténuse}$$
$$= \frac{BH}{BA}$$
$$\cos 74° = \frac{15}{BA}$$
$$BA \times \cos 74° = 15$$
$$BA = \frac{15}{\cos 74°} \approx 54m$$

B.Puisque (AH) et (CD) sont parallèles, B,C et A sont alignés ainsi que B, D et H on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles (BCD) et (BAH) :

$$\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BH} = \frac{CD}{AH}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{BD}{15} = \frac{CD}{AH}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{BD}{15}$$

$$3 \times BD = 2 \times 15$$

$$BD = \frac{2 \times 15}{3} = 10m$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CD}{AH}$$

$$CD = \frac{2 \times AH}{3}$$

$$CD \approx \frac{2 \times 52}{3} \approx 35m$$

L'appareil photo est tombé d'une hauteur de 35 m environ.